6.1. Opseg kruga

* **Opseg kruga (1)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učenici su u petom razredu učili o kružnici i krugi. Definirali su ih te opisivali njihove elemente (polumjer, promjer, tetiva). Opisivali su i crtali dijelove kruga (kružni isječak, kružni odsječak, kružni vijenac). Osnosimetrično i centralnosimetrično su preslikavali krug i kružnicu.

Učenici rješavajući nastavni listić (*Prilog 1.*) ili interaktivni nastavni listić (e-sfera: Krug i kružnica -> Opseg kruga -> e-Matematika -> Interaktivna simulacija Osnovno o krugu i kružnici) provjeravaju poznavanje osnovnih pojmova o krugu i kružnici (vrednovanje za učenje).

Ukoliko je potrebno uz razgovor s učenicima putem prezentacije (e-sfera: Krug i kružnica -> Opseg kruga -> e-Matematika -> Osnovni elementi kružnice i kruga)učitelj ponavlja osnovne pojmove o krugu i kružnici.

**Kružnica** je skup svih točaka ravnine jednako udaljenih od neke točke S. Točku S nazivamo **središte** kružnice.

Dužinu koja spaja središte i bilo koju točku kružnice nazivamo **polumjer**, a njezinu duljinu **radijus (r)**.

Kružnicu sa središtem u *S* polumjera duljine *r* možemo kraće označiti s ***k* (*S*, *r*)**.

Dužinu koja spaja dvije točke kružnice i prolazi njezinim središtem nazivamo **promjer**, a njezinu duljinu **dijametar** (**d**). Vrijedi ***d* =2*r***.

Dužinu koja spaja bilo koje dvije točke kružnice nazivamo **tetiva**.

Dio kružnice omeđen dvjema njezinim točkama nazivamo **kružni luk**.

Kružni luk omeđen krajnjim točkama promjera nazivamo **polukružnica**.

Kružnice koje imaju isto središte, a polumjere različitih duljina nazivamo **koncentričnim kružnicama**.

**Krug** je dio ravnine omeđen kružnicom.

Krug sa središtem u *S* polumjera duljine *r* možemo kraće označiti s ***K* (*S*, *r*)**.

Dio kruga omeđen dvama polumjerima i kružnim lukom nazivamo **kružni isječak**.

Dio kruga omeđen tetivom i kružnim lukom nazivamo **kružni odsječak**.

Dio kruga omeđen polumjerom i polukružnicom nazivamo **polukrug**.

Dio kruga omeđen dvjema koncentričnim kružnicama nazivamo **kružni vijenac**.

Učenici rješavaju zadatke 1. – 5. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Istraživanje – Izmjerite opseg predmeta kružnog oblika**

Učitelj unaprijed pripremi tanku špagu ili čvrsti konac i okrugle poklopce, limenke, čaše, CD-e, kovanice... Učenicima podijeli pripremljeni materijal i listić (*Prilog 2.*) te daje upute za istraživanje. Učenici mjere opseg i dijametar kružnica uočenih na predmetima koje su dobili, računaju omjer izmjerenih opsega i dijametara i rezultate zapisuju u tablicu. Uspoređuju rezultate u stupcu OMJER i uočavaju da je omjer opsega i dijametra uvijek isti broj.

**Aktivnost 3 – Simulacija – Opseg kruga**

Učenici provode istraživanje uz pomoć interaktivne simulacije (e-sfera: Krug i kružnica -> Opseg kruga -> e-Matematika -> Interaktivna simulacija Opseg kruga 1 / Opseg kruga 2) i potvrđuju zaključak iz Aktivnosti 2.

Omjer opsega svakog kruga i njegova dijametra uvijek je isti broj koji označujemo s **π** (čita se: pi).

 ili 

Učitelj napominje da broj π nije racionalan broj, da ima beskonačno mnogo decimala, a u zadatcima ćemo koristiti približnom vrijednosti tog broja *π* ≈ 3.14.

Opseg kruga računamo prema formuli ***o* = 2 *r* *π*** gdje je *r* radijus kruga.

**Aktivnost 4 – Izračunavanje opsega kruga**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 1.* učitelj pokazuje kako izračunati opseg kruga ako je zadana duljina njegova promjer.

Učenici rješavaju zadatke 6. – 10. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 1, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + e-sfera: Krug i kružnica -> Opseg kruga -> e-Matematika -> Interaktivna simulacija Osnovno o krugu i kružnici
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 2 (Prilog 1.)

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 15. – 18.
* **Opseg kruga (2)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o opsegu kruga (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru u bilježnicu odgovaraju na pitanja iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Što je opseg kruga?
* Je li omjer opsega kruga i duljine promjera kruga točno 3.14?
* Prema kojoj formuli računamo opseg kruga?

Zatim kroz razgovor argumetiraju objašnjenje u paru. Učitelj moderira raspravu (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Računanje duljine polumjera kruga ako je zadan opseg kruga**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 2.* učitelj pokazuje kako izračunati duljinu polumjera kruga ako je zadan njegov opseg.

Učenici rješavaju zadatke 11. – 14. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Povežite i primijenite**

Učenici rješavaju zadatke 29. i 33. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Iz svijeta rada**

Učenici rješavaju zadatak 39. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti u kojima je vidljiva interdisciplinarnost**

* Aktivnost 3, 4, domaća zadaća – svakodnevni život

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 40. – 46.
* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 36.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 19. – 22. a,b, 23.
* Povežite i primijenite: 30., 32., 33.
* Iz svijeta rada: 38.
* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o opsegu kruga (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke s nastavnog listića te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Krug i kružnica -> Opseg kruga -> Matematika + -> provjera znanja Opseg kruga te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Krug i kružnica -> Opseg kruga -> Matematika + -> provjera znanja Opseg kruga
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti u kojima je vidljiva interdisciplinarnost**

* Aktivnost 2, domaća zadaća – svakodnevni život

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Nastavni listić – dopunski zadatci
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 5 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Nastavni listić – dodatni zadatci
* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 24., 25.
* Povežite i primijenite: 35.
* Iz svijeta rada: 37.
* e-sfera: Krug i kružnica -> Opseg kruga -> Matematika + -> provjera znanja Opseg kruga (dugi kviz)

**Prilog 1: Nastavni listić – Osnovni pojmovi o krugu i kružnici**

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0709.jpg | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ je skup svih točaka ravnine jednako udaljenih od neke točke S.  Točku S nazivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0716.jpg | Dužinu koja spaja središte i bilo koju točku kružnice nazivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, a njezinu duljinu \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0714.jpg | Dužinu koja spaja dvije točke kružnice i prolazi njezinim središtem nazivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , a njezinu duljinu \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0713.jpg | Dužinu koja spaja bilo koje dvije točke kružnice nazivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0717.jpg | Dio kružnice omeđen dvjema njezinim točkama nazivamo  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0718.jpg | Kružni luk omeđen krajnjim točkama promjera nazivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0720.jpg | Kružnice koje imaju isto \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, a \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ različitih duljina nazivamo KONCENTRIČNIM KRUŽNICAMA |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0710.jpg | ­\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ je dio ravnine omeđen \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0712_LI.jpg | Dio kruga omeđen dvama polumjerima i kružnim lukom nazivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
|  | Dio kruga omeđen \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ i \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ nazivamo KRUŽNI ODSJEČAK. |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0719.jpg | Dio kruga omeđen polumjerom i polukružnicom nazivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0777.jpg | Dio kruga omeđen dvjema koncentričnim kružnicama nazivamo  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . |

**Prilog 2: Istraživanje – Izmjerimo opseg predmeta kružnog oblika**

* Izmjerite duljinu promjera predmeta kružnog oblika npr. poklopca, baze limenke ili čaše, CD-a, kovanice, ...
* Pomoću špage ili tankog konca odredite opseg na promatranom tijelu uočene kružnice.
* Izračunajte omjer opsega i duljine promjera.
* Dopunite tablicu.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| predmet | dijametar  () | opseg  () | OMJER  () |
| poklopac |  |  |  |
| baza limenke |  |  |  |
| kovanica |  |  |  |
| CD |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Nacrtajte *k*(*C*, 2 *cm*).
* Pripada li točka *C* kružnici *k* ?
* Izračunajte dijametar kružnice *k*.
* Izračunajte opseg kružnice *k*.

♦ Pitanja:

* Nacrtajte *K*(*D*, 3 *cm*).
* Pripada li točka *D* krugu *K* ?
* Izračunajte dijametar kruga *K*.
* Izračunajte opseg kruga *K*.

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte duljinu promjera kruga čiji je opseg 18.84 cm.
* Izračunajte duljinu polumjera kruga čiji je opseg 43.96 mm.
* Duljina petine kružnice je 9.42 cm. Kolika je duljina polumjera te kružnice?

♦ Pitanja:

* Izračunajte duljinu promjera kruga čiji je opseg 21.98 cm.
* Izračunajte duljinu polumjera kruga čiji je opseg 37.68 mm.
* Duljina trećine kružnice je 15.7 cm. Kolika je duljina polumjera te kružnice?

**Primjer 3:** Lista za samoprocjenu 2(Prilog B)

Tvrdnje:

* Određujem opseg kruga ako je zadan radijus kruga.
* Određujem duljinu polumjera ako je zadan opseg kruga.
* Određujem dijametar ako je zadan opseg kruga.

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Neka je zadana kružnica *k*(*A*, 4 *cm*).

Tvrdnje:

* 
* 
* 

Zadatci:

* Izračunajte duljinu kružnice čiji je promjer duljine 32 mm.
* Izračunajte opseg kruga čiji je dijametar duljine 4.6 cm.

**Primjer 2:** Izlazna kartica

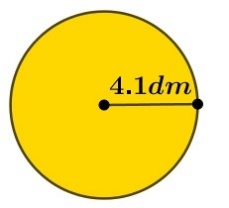
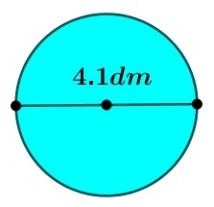
Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

* Izračunajte duljinu promjera kružnice čija je duljina 25.12 dm.
* Ana je špagom obrubila kotač bicikla i izmjerila da je špaga dugačka 1.77 m. Koliki je radijus kotača?

**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Izračunajte opsege krugova sa slike.



1. Opseg kovanice od 5 kn je 78.5 mm. Kolika je duljina polumjera te kovanice?
2. Opseg kruga iznosi 75 36 cm. Koliki je opseg kruga koji ima 7 cm manji radijus?

**Nastavni listići**

1. Dopunite tablicu.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **B**  **A** | **1.8 m** | Wind, Farm, Turbine, Power, Generation, Mill  **C** |
| **radijus** elise |  |  |  |
| **dijametar** elise |  |  |  |
| **opseg kruga** kojeg napravi vrh elise pri jednom okretu |  |  |  |

2. Koliko okreta treba napraviti elisa vjetrenjače B da bi njezin vrh prešlao put jednak putu kojeg pri jednom

okretu prijeđe vrh elise vjetrenjače A?

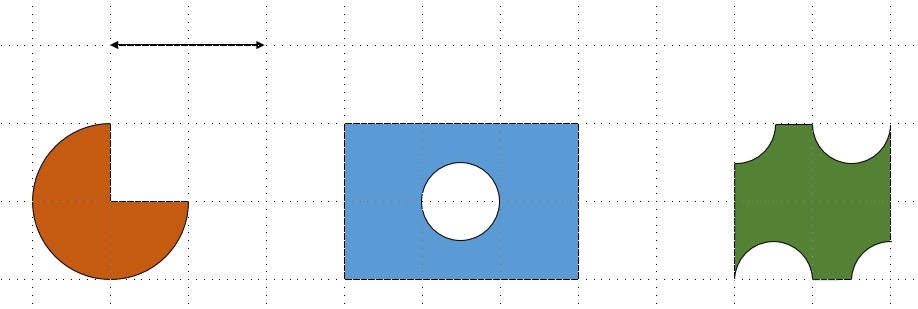
3. Ako se elisa vjetrenjače C u jednoj minuti okrene 12 puta, kolika je brzina vrha elise? Izrazite brzinu u km/h.

**Dodatni zadatci**

1. Kolika treba biti duljina polumjera okruglog stola za kojim će sjediti 10 ljudi ako je svakom čovjeku potrebno

70 cm opsega stola?

2. Kuglica promjera 25 mm kotrlja se kroz žlijeb u kosini duljine 4.71 m. Koliko okreta na tom putu napravi?

3. Odredite opseg obojenih likova nacrtanih u kvadratnoj mreži.

*a*

1. b) c)

**Dopunski zadatci**

1. Na slici istaknite navedeni element kružnice i/ili kruga.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0725.jpg | C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0725.jpg | C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0725.jpg | C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0725.jpg | C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0725.jpg | C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0725.jpg |
| TETIVA | KRUŽNI ISJEČAK | POLUMJER | KRUŽNI ODSJEČAK | PROMJER | KRUŽNI LUK |

2. Dopunite tablicu.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| radijus  (r) | 5 mm | 2.4 cm |  | cm |  |  |
| dijametar  (d) |  |  | 30 dm |  | 3.8 m | 27 mm |

3. Povežite parove.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0734.jpg |  |  |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0738.jpg |  |  |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0736.jpg |  |  |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0735.jpg |  |  |

**Rješenja nastavnog listića**

1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **B**  **A** | **1.8 m** | Wind, Farm, Turbine, Power, Generation, Mill |
| **radijus** elise |  |  |  |
| **dijametar** elise |  |  |  |
| **opseg kruga** kojeg napravi  vrh elise pri jednom okretu |  |  |  |

2. 23.3 okreta

3. 32.66 m/s = 117.56 km/h

**Rješenja dodatnih zadataka**

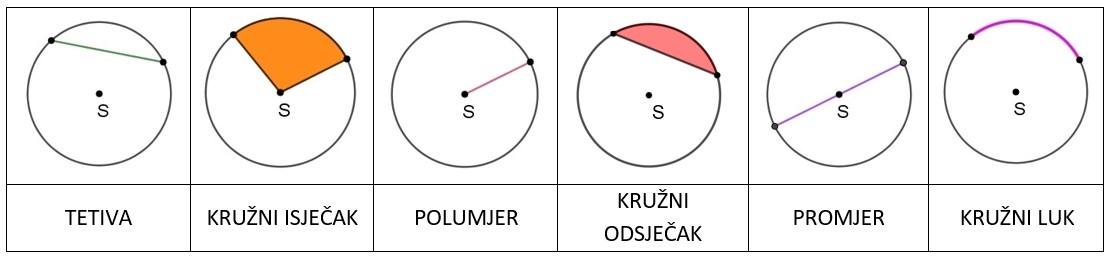
1. 

2. 60 okreta

3. a) , b) , c) 

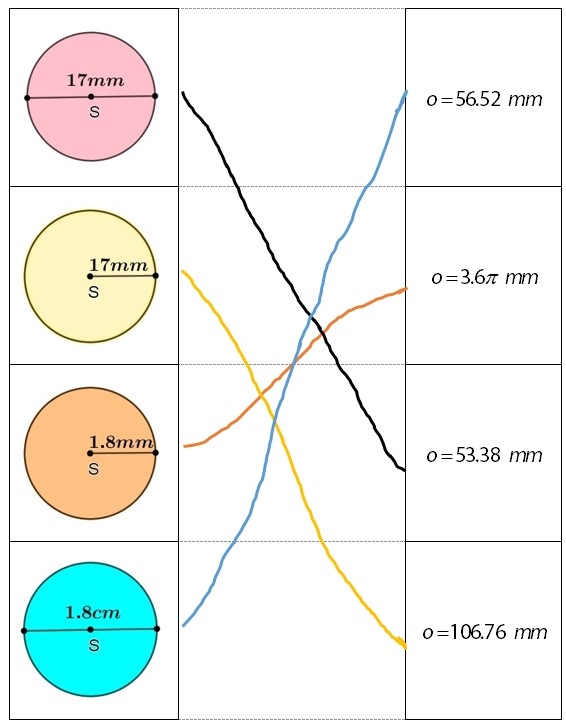
**Rješenja dopunskih zadataka**

1.



2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| radijus  (r) | 5 mm | 2.4 cm | 15 dm | cm | 1.9 m | 13.5 mm |
| dijametar (d) | 10 mm | 4.8 cm | 30 dm | cm=cm | 3.8 m | 27 mm |

3.